



מרכז לידע ולמחקר בחינוך
מركز معلومات وبحث في التربية والتعليم
Center for Knowledge and Research in Education

האקדמיה הלאומית הישראלית למדעים



חומרי רקע ליום העיון

אוריינות מתמטית בחטיבת הביניים التنوير الرياضي في المرحلة الإعدادية

21.9.2022 | כ"ה באלול, תשפ"ב | מכון ון ליר, ירושלים



ניתוח המסגרת המושגית של פיז"ה וקישורה לתכנית הלימודים בארץ - תקציר מנהלים¹

פרופ' אורית זסלבסקי, אוניברסיטת ניו יורק והטכניון - מכון טכנולוגי לישראל, ד"ר גילה רון - מכללת אוהלו, ד"ר איריס זודיק, הטכניון - מכון טכנולוגי לישראל

מטרה המרכזית שעמדה לנגד עינינו במחקר שערכנו הייתה לבחון באיזו מידה וכיצד ניתן לעשות אינטגרציה בין המסגרת המושגית של פיז"ה לבין הוראת המתמטיקה בחטה"ב, בדגש על פיתוח חשיבה מתמטית מסדר גבוה בקרב תלמידי חטה"ב. לשם כך ניתחנו מסמכים וערכנו סקר ספרות מקיף. המסמכים שניתחנו לצורך זה כללו: (1) מסמכים רשמיים המתארים ומפרטים את המסגרת המושגית של פיז"ה; (2) מסמכים רשמיים הקשורים לתכנית הלימודים במתמטיקה לחטה"ב, לרבות מסמכים נלווים כגון חוזרי מפמ"ר ומדגם של מבחנים רשמיים מטעם משרד החינוך; (3) ספרות מקצועית בינלאומית - תיאורטית ומחקרית - הקשורה להשפעה של פיז"ה ברחבי העולם, למושגים המרכזיים במסגרת של פיז"ה ולגישות להוראת מתמטיקה.

המסגרת של פיז"ה מדגישה את המקום המרכזי של חשיבה מתמטית בתהליכי פתרון בעיות, בכלל, ובאוריניות מתמטית, בפרט. בבסיס המסגרת הקונספטואלית של פיז"ה נמצאת האוריניות המתמטית וכל יתר המושגים, הרעיונות והתכנים המתמטיים סובבים סביבה. אוריניות מתמטית לפי פיז"ה היא:

"יכולתו של הפרט לחשוב חשיבה מתמטית ולנסח, ליישם ולפרש מתמטיקה כדי לפתור בעיות במגוון הקשרים מהעולם האמיתי. היא כוללת מושגים, פרוצדורות, עובדות וכלים שמטרתם לתאר, להסביר ולחזות תופעות שונות. היא מסייעת לאנשים להבין את תפקידה של המתמטיקה בעולם ולגבש דעות והחלטות מבוססות כמתבקש מאזרחים תורמים, מעורבים וחושבים במאה ה-21.

מהמסגרת של פיז"ה עולה שאוריניות מתמטית קשורה לבעיות מהעולם האמיתי ולמידול. מידול עוסק בפתרון בעיות מהמציאות בכלים מתמטיים, ומחייב מעברים בין העולם המתמטי לעולם האמיתי. מעגל המידול, לפי פיז"ה, כולל שלושה תהליכים מרכזיים: ניסוח, יישום, ופירוש והערכה. חשוב לציין שלא כל בעיה שמעוגנת בסיטואציה מחיי היום-יום היא בעיה אורינית, ולהפך. בעיה אורינית יכולה להתרחש בתוך העולם המתמטי (למשל, במעבר בין ייצוגים שונים). עם זאת, הדגש במסגרת של פיז"ה הוא על בעיות מהעולם החוץ-מתמטי.

אין במסגרת של פיז"ה התייחסות לאופן שבו יש ללמד כדי להשיג את המטרות של פיז"ה. יתרה מזאת, אין גישת הוראה אחת שמוסכם עליה שהיא "הטובה מכולן" ללימוד מתמטיקה, בכלל, ולפיתוח אוריניות מתמטית, בפרט. רוב הגישות נמצאות על רצף, ובדרך כלל לא מדובר בדיכוטומיה. לכן, נכנסנו לעובי הקורה כדי להבין אילו גישות הוראה יכולות לתמוך בהשגת מטרות העל של פיז"ה, ובפרט - באילו דרכים ניתן לפתח אוריניות מתמטית במובנה המלא. לשם כך, בחנו קריטריונים אחדים לאפיון גישות הוראה שיש להן פוטנציאל לפיתוח אוריניות מתמטית ברוח פיז"ה, בהתאם לחמש שאלות מנחות: מי עומד במרכז ההוראה? מהי הוראה יעילה? איך קושרים בין העולם המתמטי לעולם החוץ-מתמטי? מה הקשר בין למידת חקר לאוריניות מתמטית? ומה מקומן וטבען של משימות מתמטיות בתהליך ההוראה?

1 תקציר מנהלים מתוך דוח שהוכן עבור קרן טראמפ, 2020.

להלן המסקנות העיקריות לגבי גישות לפיתוח אוריינות מתמטית:

- כדי לפתח אוריינות מתמטית, חשוב שסביבת הלמידה תהיה ממוקדת תלמיד.
- שלושה מאפיינים של הוראה יעילה בולטים במיוחד ברלוונטיות שלהם לסביבת למידה תומכת אוריינות מתמטית: שילוב משימות מתמטיות המקדמות חשיבה מתמטית ויכולת פתרון בעיות; קישור בין ייצוגים מתמטיים כאמצעי להעמקת ההבנה; העמדת אתגרים מתמטיים ללומד ותמיכה בהתחבטויות לגביהם ובהתמודדות פרודוקטיבית איתם. בנוסף, כמובן, חשוב ליצור שיח מתמטי משמעותי ולעודד תקשורת בין התלמידים ובינם למורה.
- יש שתי גישות מרכזיות לפיתוח אוריינות מתמטית, הנבדלות באופן הקישור בין העולם המתמטי לעולם החוץ-מתמטי. לפי הגישה הראשונה (הנשענת על הגישה שנקראת (Realistic Mathematics) RME), יוצאים מהעולם האמיתי ומצמיחים ממנו כלים ועקרונות מתמטיים תוך כדי תהליך של פתרון בעיות. לפי הגישה השנייה, יוצאים מהעולם המתמטי, ומיישמים עקרונות וכלים מתמטיים לבעיות המעוגנות בסיטואציות מהעולם האמיתי. שתי הגישות מאפשרות פיתוח אוריינות מתמטית ברמה גבוהה ברוח פיז"ה, אולם תנאי לכך הוא שהתנסויות עם משימות אורייניות יכללו בשגרת ההוראה ושתהיה להן מסה קריטית.
- יש קשר הדוק בין למידה מבוססת חקר (IBL: Inquiry-Based Learning) לבין אוריינות מתמטית במלוא מובנה. בלמידה מבוססת חקר נכללים למידה מבוססת פתרון בעיות (PBL: Problem-Based Learning), למידה מבוססת מידול (Mathematical Modeling), ולמידה מבוססת פרויקטים (Project-Based Learning). הדמיון ביניהן רב על השוני. שאלה שעולה במקרים רבים ביחס ללמידה מבוססת חקר קשורה ליעילות שלה מבחינת ניצול הזמן. באופן כללי, אפשר ומתאים לפתח אוריינות מתמטית בסביבת למידה מבוססת חקר, אולם בגלל האתגרים המורכבים שלמידה מסוג זה מעמידה למורה, יישום של גישות חקר בלמידת מתמטיקה מחייב הכשרה מיוחדת וליווי מקצועי של המורים.
- בכל גישה שנוקטים, חשוב לקחת בחשבון שלמשימות הלימוד יש השפעה מכרעת על אופיין וטיבן של ההזדמנויות ללמידה, והן משקפות ומעצבות את דרכי הוראת המתמטיקה. משימות שהן לכאורה אורייניות, יכולות להיות שונות בתכלית - החל מאוריינות במלוא מובנה וכלה בקשר רופף ושטחי למציאות ושאלות נלוות שאינן הגיוניות. בחירה ובנייה של משימות אורייניות אותנטיות, ובפרט - משימות אורייניות עם דרישה קוגניטיבית ברמה גבוהה, היא מלאכה מורכבת. בנוסף, מידת המימוש של הפוטנציאל של משימה לימודית תלויה באופן שבו המורה מיישם ומנווט אותה בכיתה.
- לאור חשיבותה של האוריינות המתמטית במסגרת של פיז"ה, בדקנו מה מקומה בתכנית הלימודים במתמטיקה. בגלל הזיקה בין אוריינות מתמטית לבעיות מחיי היום-יום, ניתחנו משימות מתכנית הלימודים שיש להן נגיעה לעולם האמיתי, ומצאנו שונות רבה בין המשימות שאיתרנו, במגוון רחב של מאפיינים. מכאן עלה הצורך לפתח מערכת קטגוריות לאפיון משימות אורייניות, או כאלה שלמראית עין קשורות לעולם האמיתי. החשיבות של מערכת כזאת נעוצה במקומן המרכזי של משימות לימוד בתהליכי ההוראה והלמידה ובידיעה שללא ניתוח מעמיק של הפוטנציאל הגלום במשימה, קשה לקבוע באיזו מידה היא עשויה לסייע לקידום המטרות של פיז"ה ולפיתוח חשיבה ברמה גבוהה. המערכת שפיתחנו כוללת שש קטגוריות מרכזיות, ומהווה תוצר חשוב של המחקר. אפשר להשתמש בו, כפי שנעשה במסגרת המחקר הנוכחי, כדי לאפיין ולהעריך את מידת ההלימה בין מאפייני המשימה למסגרת הקונספטואלית של פיז"ה ואת הפוטנציאל שלה לפיתוח אוריינות ורמות חשיבה גבוהות. שש הקטגוריות הן: 1. סוג הקשר של הבעיה לעולם המציאותי; 2. תהליכי המידול הנדרשים; 3. רמת הדרישה הקוגניטיבית של המשימה; 4. נגישות המשימה לתלמידים ברמות שונות; 5. רמת האוריינות והקשר למטרות העל של פיז"ה; 6. דרכים למינוף המשימה. הקטגוריה האחרונה נשענת על יתר הקטגוריות ומשקפת את התפיסה שיש להתייחס למשימה כבסיס לשיפור ולמינוף. קטגוריה זו יכולה לשמש כגשר מעשי לאינטגרציה הרצויה בין המסגרת הקונספטואלית של פיז"ה לבין הוראת המתמטיקה בחטה"ב.
- בנוסף לאיתור משימות אורייניות, ניתוח תכנית הלימודים במתמטיקה לחטה"ב התמקד באיתור התייחסויות לאוריינות מתמטית (וכחלק ממנה - גם למידול), בין אם במפורש או באופן לא מפורש, ובחינת ההתייחסות לפיתוח

הבנה והנמקה מתמטיות, שחשיבותן מודגשת במסגרת הקונספטואלית של פיז"ה. הניתוח העלה שתכנית הלימודים במתמטיקה לחטה"ב על כל חלקיה שמה דגש על למידה לשם הבנה ועל הנמקות והצדקות. לגבי אוריינות מתמטית, מצאנו התייחסויות אליה, אף כי היא איננה מודגשת די הצורך, ולרוב לא במובן המלא שלה. רוב המשימות המובאות במסמכים שניתחנו, שיש להן קשר לעולם האמיתי, מיישמות כלים מתמטיים שנלמדו כבר לסיטואציות מחיי היום-יום, ואינן משמשות נקודת מוצא לבניית מושגים ועקרונות מתמטיים מתוך סיטואציות מחיי היום-יום.

להלן המסקנות העיקריות לגבי מקומה של אוריינות מתמטית בתכנית הלימודים:

- המשימות הרווחות בתכנית הלימודים והקשורות לסיטואציות מהעולם האמיתי, מבטאות דרגות שונות של אוריינות ואינן בהכרח משקפות סיטואציות שנתפסות כמתקבלות על הדעת או אותנטיות. לכן, יש חשש שמורים יתייחסו לכל בעיה שיש בה תיאור של סיטואציה מהעולם האמיתי כאילו היא משימה אוריינית.
 - בגלל המיקום הנפרד והשולי יחסית של אוריינות בתכנית הלימודים, יש חשש שמורים יראו במשימות אורייניות בעיקר אמצעי להכין את התלמידים למבחן פיז"ה. זאת במקום לסגל את האוריינות כ"אורח חיים", ולחנך את תלמידיהם להתבונן סביבם "בעין מתמטית".
 - מיעוט ההקשרים מן העולם האמיתי וההזדמנויות לעסוק במידול, במובן שמתואר במסגרת של פיז"ה, עלול להגביל את ההתפתחות של שני היבטים מרכזיים של אוריינות מתמטית, לפי פיז"ה, שהן היכולת של התלמידים להעריך את כוחה של המתמטיקה לפתור בעיות בהקשר של העולם האמיתי, וההרגל להתבונן בעולם האמיתי "בעין מתמטית".
 - תכנית הלימודים מפתחת כישורים רבים המופיעים במסגרת של פיז"ה, ומדגישה חשיבה מתמטית ולימוד לשם הבנה. ממצאים אלה מצביעים על כך, שהמאמץ להרחיב כישורים אלה, כך שיתאימו גם לסיטואציות מהעולם האמיתי, הוא כנראה בר השגה.
- על בסיס הממצאים והמסקנות שהעלינו, גיבשנו המלצות לגבי דרכי פעולה שיכולות לקדם אוריינות מתמטית ברמה גבוהה לפי המסגרת של פיז"ה. ההמלצות שגיבשנו עוסקות בתכנית הלימודים במתמטיקה - המוצהרת והמיושמת, ובהכשרה וליווי של מורים למתמטיקה, במגמה לקדם את החזון והמטרות של פיז"ה.

להלן ההמלצות העיקריות:

- כדי שהתנסויות עם משימות אורייניות ייכללו בשגרת ההוראה ושתהיה להן מסה קריטית, חשוב להדגיש יותר את החשיבות של אוריינות מתמטית בתכנית הלימודים. זאת על ידי הוספת פרקי לימוד לרשימת הפרקים שמומלץ לשלב בהם משימות אורייניות, הוספת משימות אורייניות ברמה קוגניטיבית גבוהה, ושילוב משימות הקשורות לעולם האמיתי בצורה יותר אוריינית גם במבחנים הרשמיים של משרד החינוך.
- כדי לקבל תמונה יותר ברורה על מה שמיושם בבתי הספר, או לפחות מה שקיים (בספרי הלימוד) ורק צריך להפיח בו רוח חיים, מומלץ לנתח את ספרי הלימוד המקובלים בבתי הספר, ולאתר בהם הזדמנויות לפיתוח אוריינות מתמטית ברמה גבוהה. מערכת הקטגוריות שפיתחנו יכולה לשמש כלי לניתוח ולמינוף משימות מספרי הלימוד.
- כדי שהמורים למתמטיקה יוכלו לשלב את האוריינות המתמטית בצורה מושכלת בהוראה, חייבים לצייד אותם (ורצוי גם את פרחי ההוראה) בכלים ובידע הדרושים לכך. ראשית, הם צריכים לפתח בעצמם "חוש לאוריינות". בנוסף, צריכה להיות להם מודעות לחשיבות של פיתוח אוריינות מתמטית אצל התלמידים, יכולת לאפיין ולהעריך משימות מחיי היום-יום לפי הפוטנציאל שלהן לפתח אוריינות ברמה גבוהה, ויכולת להתאים ולשנות משימות מחיי היום-יום כך שהפוטנציאל שלהן לפיתוח אוריינות אצל התלמידים יגדל. כמו כן, חשוב שהמורים יידעו, איך לממש את הפוטנציאל של משימות מתמטיות ולשמור על רמת הדרישה הקוגניטיבית שלהן, תוך ניווט ההוראה בכיתה. מערכת הקטגוריות שפיתחנו יכולה לסייע למורי המורים בעבודתם עם המורים למתמטיקה.

לסיכום, המסגרת הקונספטואלית של פיז"ה מתווה יעדים וחזון שחשוב לדעתנו (ולדעת רבים) לחתור אליהם. בפרט, פיתוח חשיבה מתמטית ברמה גבוהה, יכולת לפתור בעיות ולקבל החלטות מושכלות במגוון הקשרים מחיי היום-יום, והבנת כוחה ותפקידה של המתמטיקה בעולם סביבנו. מהמחקר שערכנו עולה כי יש תשתית בתכנית הלימודים ובחומרים הנלווים להתקדם בכיוונים אלה. לא מדובר ב"הכל או לא כלום", אלא ברצף. גם לא מדובר בשינויים מרחיקי לכת. צריך להשקיע עוד בפיתוח משאבי הוראה ולמידה ובהנחיית מורים, כדי לבסס את מקומה של האוריינות המתמטית בתכנית הלימודים, בתקווה שהיא תהפוך לאורח חיים.



ניתוח ההישגים של תלמידי ישראל במחקר פיזה במתמטיקה

תרגום ועיבוד דוח מאת זביגניב מרצ'יניאק, אגניישקה סוטווסקה, אנטונינה סוטווסקה²

מסמך זה הוא תקציר ועיבוד של מחקר המנתח את הישגי תלמידי ישראל במבחני פיזה במתמטיקה, והוא כולל הצעות לשיפור ההישגים. החוקרים ביצעו מחקר מעמיק דומה בפולין בשנת 2004, והמסקנות שנבעו ממנו הובילו לרפורמה לאומית בתוכנית הלימודים ב-2008, ולאחריה חל שינוי גם בבחינות הארציות. הרפורמה הזניקה את ההישגים בפולין: בשנת 2003 התוצאה הממוצעת שקיבלו תלמידי פולין במתמטיקה הייתה נמוכה מממוצע ה-OECD, ולאחר הרפורמה הפכה פולין לאחת המדינות המובילות מבחינת הישגים בפיזה.

לפי המסגרת המושגית העדכנית של פיזה, אוריינות מתמטית היא יכולתו של אדם לחשוב באופן מתמטי ולנסח, ליישם ולפרש מתמטיקה כדי לפתור בעיות במגוון הקשרים בעולם האמיתי. היא כוללת מושגים, הליכים, עובדות וכלים שמאפשרים לבני אדם לתאר תופעות שונות, להסביר אותן ולחזות אותן. היא מסייעת לאנשים לזהות את תפקידה של המתמטיקה בעולם ולגבש דעות והחלטות מבוססות כמתבקש מאזרחים מועילים, מעורבים וחושבים במאה ה-21.

בסיס הנתונים: במחקר זה שימשו תוצאות מחקר פיזה של ישראל משנת 2012 כנקודת ייחוס בסיסית, כיוון שזו הייתה הפעם האחרונה שבה המתמטיקה הייתה התחום המרכזי בבחינה. כמו כן, כדי לאמת את התובנות שהופקו ממחקר זה, נבדק מערך הפריטים במתמטיקה גם בשני המחקרים העוקבים (2015, 2018), שבהם לא הייתה המתמטיקה במוקד.

הכותבים בחרו להשוות את הישגי תלמידי ישראל במחקר להישגי תלמידים במדינות שונות בעולם, ולא רק במדינות ה-OECD - זאת כדי לזהות יתרונות של תלמידי ישראל. הכותבים מציעים להשוות את מצבם של תלמידי ישראל לתלמידי מדינות ה-OECD לאחר שיחול שיפור בהישגיהם.

ניתוח ההישגים של תלמידי ישראל

ציון ממוצע כללי

סולם פיזה מכיל כך שממוצע ציוני המתמטיקה במדינות ה-OECD הוא 500 נקודות וסטיית התקן 100 נקודות. התוצאות הממוצעות של ישראל במבחן פיזה היו: 442 ב-2006, 447 ב-2009, 466 ב-2012, 470 ב-2015 ו-463 ב-2018. פירוש הדבר שהתוצאה הממוצעת של תלמידי ישראל במתמטיקה נותרה תמיד נמוכה מזו של מדינות ה-OECD.

ההישגים של תלמידי ישראל מתוך התבוננות בתלמידים בקצוות הסולם

לפי מסקנות דוח פיזה, ישראל היא אחת מ-10 המדינות שבהן נרשמו הפערים הנרחבים ביותר בתוצאות בין העשירון העליון לתחתון, ואחת מחמשת המדינות שבהן שיעור הבנים שהפגינו את רמות הבקיאיות הגבוהות ביותר גדול במידה ניכרת משיעור הבנות.

² טקסט זה הוא תרגום ועיבוד של הדוח:

Performance analysis of Israeli students in PISA math test, Zbigniew Marciniak, Agnieszka Sułowska, Antonina Sułowska, 2022.
לתרגום של הדוח המלא

בין 2006, השנה הראשונה שבה השתתפה ישראל במחקר פיזה, לשנת 2015, הצטמצם שיעור התלמידים הישראליים החלשים ביותר. עם זאת, במחזור פיזה 2018 חלה עלייה מטרידה מעט בשיעור התלמידים הישראליים החלשים. מנתוני פיזה, וכן מניסיוןן של רבות מהמדינות המשתתפות, עולה כי קל יותר לשפר את התוצאות של התלמידים החלשים ביותר, מלהעלות את תוצאות התלמידים הטובים ביותר. במדינות מעטות בלבד ניכרה ב־20 השנים האחרונות עלייה בתוצאות התלמידים הטובים ביותר.

ההישגים של תלמידי ישראל מתוך התבוננות במעגל המידול

מעגל המידול המתואר במסגרת המושגית של פיזה מדגים כיצד אנו מיישמים את המתמטיקה בבואנו לפתור בעיות בעולם האמיתי. מעגל זה כולל יישום רציף של שלושה תהליכים: **ניסוח** (formulate) של מצבים בצורה מתמטית, **יישום** (employ) של מושגים, עובדות, הליכים והיסקים מתמטיים ו**פירוש** (interpret) של תוצאות מתמטיות, שימוש בהן והערכתן.

התוצאות של תלמידי ישראל ב־2012 בשלושת סולמות המשנה היו: ניסוח - 465, יישום - 469 ופירוש - 462. התוצאות הביאו את ישראל למקומות ה־40, 41, 42 (בהתאמה) ברשימת המדינות, והתוצאה הממוצעת של בני הייתה גבוהה ב־15, 9 ו־18 נקודות מהתוצאה הממוצעת של בנות (בהתאמה).

ההבדלים בין הציונים בסולמות המשנה אינם גדולים. הם עשויים להעיד שבתי הספר בישראל מקדישים את רוב תשומת הלב לשלבי הביניים של תהליך המידול, כלומר לפעילויות פורמליות בלבד. אין הדבר מעיד שיישומי המתמטיקה (applications) אינם מתורגלים בכיתות עצמן - אלא כי ייתכן שהתלמידים אינם מבחינים ביניהם לבין הפעילויות הפורמליות במתמטיקה. כדי להשיג רמת בקיאות גבוהה ב**ניסוח** וב**פירוש** יש צורך בדיונים חופשיים ובמתן אפשרות לטעות פעמים רבות בדרך למציאת הפתרון. כשהתהליכים הללו מוכוונים אך ורק על ידי המורה, הם הופכים להליכים שיש רק לזכור לצורך שימוש עתידי.

השערה זו זכתה לתמיכה בתשובותיהם של התלמידים הישראליים על חלק מהשאלות בשאלון התלמידים. כשהתבקשו להעריך את מידת החשיפה ליישומים של מתמטיקה, מיקמו תשובותיהם את ישראל במקום ה־53 (מתוך 65). לדוגמה, כשנשאלו אם אי פעם נתקלו בבעיה הנוגעת להנחת אריחי ריצוף, ענו רובם "לא" (ישראל במקום ה־57). עם זאת הם העידו על היכרות טובה עם מושגים מתמטיים מופשטים, כמו משוואות ליניאריות, פונקציות ריבועיות, ואפילו מספרים מרוכבים. כלומר משאלון התלמידים עלה שתלמידי ישראל רואים במתמטיקה הנלמדת בבית הספר ידע פורמלי, הנרכש בתרגול של מגוון הליכים פורמליים. לכן למרות שהידע שלהם יכול להיות מיושם בקלות בעולם האמיתי, הם עדיין טוענים שהם נחשפים למעט מאוד מתמטיקה שימושית בכיתה. סביר להניח שהוצגו להם מטלות ובעיות הנוגעות ליישום של כלים מתמטיים בהקשרים של העולם האמיתי, אולם הם לא תפסו אותם כמתמטיקה 'אמיתית', כיוון שלא התלוו אליהם הליכים פורמליים שיש לפעול לפיהם בעתיד.

ההישגים של תלמידי ישראל בתחומי התוכן השונים

מערך נוסף של סולמות משנה נוגע לתחומי התוכן הבאים: כמות; מרחב וצורה; שינוי ויחסים; ואי־ודאות ונתונים. מסקירת כל הפריטים בכל תחום ובחינת ממוצעי הציונים בתחומים עולה בבירור כי בקרב תלמידי ישראל יש הבדלים גדולים בין התוצאות בארבעת תחומי התוכן. חשוב לציין כי רמות הקושי הממוצעות של הפריטים בכל אחד מארבעת תחומי התוכן היו שונות.

בעיות בתחום הכמות: תלמידי ישראל השיגו את התוצאה הממוצעת הטובה ביותר (480) בפתרון בעיות בתחום זה.

בעיות בתחום של שינוי ויחסים ובעיות בתחום של אי־ודאות ונתונים: רמות הקושי של הבעיות בתחומים אלו היו דומות לזו של תחום הכמות, אולם ההישגים בהם היו נמוכים באופן ניכר (462 ו־456 בהתאמה).

בעיות בתחום מרחב וצורה (הכולל גם גאומטריה): בבעיות אלו ניכרו הקשיים הגדולים ביותר - התוצאה הממוצעת בתחום זה במחקר 2012 הייתה 449 נקודות בלבד.

שני מחקרי פיזה העוקבים לא התמקדו במתמטיקה, ולכן סולמות המשנה של תחומי התוכן האלה לא דווחו. גם

פילוח רמת הקושי בשאלות שנשאלו תלמידי ישראל ביחס לתלמידי העולם, מראה כי לתלמידי ישראל יש קושי בתחום של מרחב וצורה, וכך גם הנתונים באשר להשמטות (הפריטים שלא נענו במבחן). נראה שתחום הגאומטריה קשה יותר (בממוצע) לתלמידים בכל העולם. למרות זאת, במדינות רבות, ובהן פולין, לא ניכרו הבדלים מהותיים בין התוצאות בתחומי התוכן השונים.

המסקנה הכללית של הכותבים מניתוח הנתונים היא שתלמידי ישראל חלשים מתלמידי העולם בפתרון בעיות בגאומטריה. אין ברמת הקושי של הפריטים לבדה כדי להסביר את הקשיים בתחומי התוכן השונים: כך, אף שרמות הקושי הממוצעות של הפריטים בתחומי התוכן מרחב וצורה ושינוי ויחסים אינן שונות מאוד זו מזו, הפריטים בתחום הגאומטריה היו קשים יותר לפתרון בשביל תלמידי ישראל. מן הצד השני, ואף שרמות הקושי הממוצעות של פריטים בתחומי התוכן שינוי ויחסים ואיודאות ונתונים שונות באופן ניכר, התלמידים הישראלים פתרו פריטים בתחומים אלה במידה דומה של הצלחה.

לפריטים מתחום התוכן של **מרחב וצורה** היו כמה תכונות משותפות: תרשים גאומטרי מורכב או מצב בלתי שגרתי, כמו תנועה או הצורך לקשר בין מישור ומרחב; נדרש בהם תכנון של תהליך הפתרון, שכולל כמה שלבים; אין נוסחה שאפשר להריץ בה את הנתונים שקיימים בפריט; התלמידים חייבים להשוות את המאפיינים של יותר מתרשים אחד. כל התכונות האלה מחייבות את התלמידים לקבל החלטות עצמאיות ובלתי שגרתיות במהלך פתרון הבעיה. בשני הפריטים מתחום התוכן **מרחב וצורה** שבהם השיגו תלמידי ישראל תוצאות דומות לאלה של תלמידי שאר העולם או טובות יותר, נדרשו רק כישורים שגרתיים שנלמדו בבית הספר. אם כן נראה כי גאומטריה היא תחום התוכן הפגיע ביותר, כיוון שלא קל כל כך להפוך את הוראת הגאומטריה למערך של הליכים מתמטיים שצריך לזכור.

בחינת תחום התוכן **איודאות ונתונים** מעלה ממצא מעניין: המחקר כלל שני פריטים שבחנו הבנת מושג זהה אך ההישגים בהם היו שונים. נתון זה מצביע על כך שהתוצאה אינה תלויה רק בתוכן המתמטי, וכי להקשר שבו התוכן מוצג יש תפקיד חשוב. עוד נמצא כי התלמידים הישראלים היו טובים כמו התלמידים הממוצעים בעולם בהתמודדות עם נתונים בטבלה, גם כשהיו צריכים להצליב את הנתונים עם מקור מידע אחר.

נראה כי תחום התוכן **כמות** הוא הקל ביותר לפתרון עבור תלמידי ישראל. תוצאות הפריטים בתחום זה מוכיחות כי התלמידים יכולים להתמודד בהצלחה עם מטלות שדורשות ניתוח של הליך או של אלגוריתם שניתן להם. כמו כן התלמידים הישראלים יכולים להתמודד בהצלחה עם ניתוח של אלגוריתם גם כשהוא מורכב למדי.

נראה כי היכולת לפתור בהצלחה פריטים בתחום התוכן **שינוי ויחסים**, למרות רמות הקושי הגבוהות יחסית, נובעת מהדמיון ביניהם לבין המתמטיקה הפורמלית שנלמדת בבית הספר.

אם הנחה זו נכונה, הבעיה טמונה בפדגוגיה, שמתמקדת בהצגת רצף של מושגים מתמטיים ומדריכה את התלמידים כיצד להשתמש בהם באופן שוטף במערך מוגדר היטב של פעולות מתמטיות, במקום לראות בכלים האלה כלים גמישים שאפשר ליישם באופן יצירתי במהלך פתרון הבעיות - גם אם אלה לא תורגלו בכיתה.

בעיה דומה ניכרה בתוצאות של תלמידי פולין בשנת 2003, ובעקבות זאת הוחלט שם להכניס לפרקטיקה הבית-ספרית בעיות שדורשות חשיבה מתמטית וחשיבה אסטרטגית. כדי לשפר את המיומנויות המתמטיות של כלל אוכלוסיית התלמידים, הוכנסו לתוכנית הלימודים בעיות שמחייבות הסקה ברמות קושי שונות - מהרמה הקלה ביותר ועד רמה מתקדמת למדי. הדבר דרש, כמובן, שינוי ניכר בפרקטיקות ההוראה. שינוי זה הושג לאחר שהוטמעו דרישות חדשות במבחנים הארציים. הפעולה הייתה אפקטיבית, כיוון שהדרישה להכין את התלמידים למבחנים עוררה מוטיבציה חזקה מאוד בקרב המורים.

הכותבים מציינים כי התמונה הכללית שמצטיירת בתחום הוראת המתמטיקה בישראל היא שתלמידי חטיבות הביניים אינם עומדים בציפיות של המסגרת המושגית של פיזה במתמטיקה.

הדבר משתקף ממערך הפריטים שמופיעים במחקר. נראה כי תלמידי ישראל רוכשים ידע מתמטי פורמלי המספיק

לפתרון של בעיות מתמטיות טהורות המתאימות לגילם, אך רובם אינם מנסים לפתור בעיות שאינן דומות לבעיות הסטנדרטיות שעליהן עבדו בבית הספר. ייתכן שהדבר נובע מסגנון ההוראה - מורים רבים למתמטיקה ברחבי העולם מנסים להפוך את תחום המתמטיקה לתחום לימוד קל יותר, ולצייד את תלמידיהם בהליכים "מוכנים לשימוש". לאחר שהשימוש בהליכים האלה מתורגל די זמן, המורים והתלמידים גם יחד חשים שהתלמידים בקיאים במתמטיקה.

מבחיני פיזה מפגישים אותנו עם בעיות שניתן לפתור בקלות בכלים מתמטיים בסיסיים אם מפעילים "חשיבה מתמטית". עם זאת, הדרך היחידה לחזק מיומנות זו של חשיבה מתמטית היא התנסות. נדרשת סבלנות רבה מצידו של המורה. וכיוון שנדרש זמן ואורך רוח כדי להתמודד עם ניסיונות לא מוצלחים, התוצאות הרצויות יגיעו רק כעבור זמן. הפיתוי להראות לתלמידים כיצד לפתור את הבעיה גדול מאוד, בעיקר מסיבות הקשורות לניהול זמן.

הכותבים סבורים כי המטרה העיקרית של הוראת המתמטיקה היא לעורר בקרב התלמידים את האמונה שביכולתם לפתור כל בעיה שתוצג בפניהם. המלצתם הראשונה היא ללמד חשיבה מתמטית, להציע לתלמידים בעיות ברמות קושי משתנות ולבקש מהם למצוא דרך לפתור אותן לבדם.

לא כדאי ללמד את שימושי המתמטיקה רק בהדגמה של הליכים יעילים ו"מוכנים לשימוש" להתמודדות עם בעיות מעשיות. אסטרטגיה טובה יותר תהיה להתרכז במיומנויות הבסיסיות ולבקש מהתלמידים לגלות בעצמם כיצד יוכלו להשתמש בהן במגוון רחב של הקשרים. אסטרטגיה זו דורשת מהתלמידים לערוך ניסיונות יצירתיים ועצמאיים כדי להתגבר על הקשיים. למורים תפקיד חשוב בכך: עליהם להציע לכל תלמיד ותלמידה מטלות שיאפשרו להם לחוות הצלחה בניסיונות אלה. בהיעדר החופש להתמודד לבד, כלומר כשהמורה הוא זה שמכוון את תהליך פתרון הבעיות, הפתרונות הופכים להליכים שצריך לזכור לצורך שימוש עתידי. בהקשר של מחקר פיזה התלמידים מנסים אפוא להתאים את הפריט לאחד ההליכים שלמדו מראש, ומדלגים עליו אם אינם מצליחים לעשות זאת בקלות. הדבר מתבטא בשיעורים הגבוהים של פריטים ללא תשובה.

לבסוף, הכותבים מעודדים בחום את מורי ישראל להציג בעיות גאומטריות רבות יותר בכיתה. הבעיות האלה אלגוריתמיות פחות במהותן, ולכן אפשר להפעיל בהן חשיבה מתמטית. אפשר לתמוך בבעיות האלה באמצעים ויזואליים, הן בשרטוט חופשי הן בתוכנה ייעודית. כיוון שהפריטים שעוסקים בהקשר גאומטרי נמצאים לרוב בקצה הגבוה יותר של סולם הבקיאיות המתמטית בפיזה, זוהי הדרך הנכונה להגדיל את שיעור התלמידים הישראליים ברמות הקושי הגבוהות - 5 ו-6.

תרגום: לירון רובינס | עיבוד: רקפת סלע | עריכה לשונית: תמי בורשטיין



חושבים בשיעורי מתמטיקה: מאפיינים של שיעורים שבהם תלמידים נדרשים לחשיבה מסדר גבוה בחטיבות הביניים, ופרקטיקות הוראה מעודדות חשיבה³

תקצור ועיבוד של דוח מאת פרופ' טלי נחליאלי, ד"ר אביטל אלבוים-כהן, ד"ר מיכל איילון, ד"ר אורנה לביא, ד"ר סלעית רון, ד"ר בועז זילברמן, ד"ר מלכה ברנדר, חילוד אבו ריא

מסמך זה הוא תקציר של דוח שנכתב בעקבות עשרה מפגשי למידה של צוות של עשרה אנשי חינוך מתמטי השותפים בפרויקטים שונים של קרן טראמפ העוסקים באוריינות מתמטית. בנוסף למפגשים, צפו הכותבים בשיעורים שבהם יצרו מורים הזדמנות לחשיבה מסדר גבוה, וערכו ראיונות עם עשרה מורים אשר חוו הצלחה בטיפוח תרבות חשיבה מסדר גבוה בכיתתם. הפרויקטים של קרן טראמפ מתמקדים בפיתוח משימות אוריינות מתמטיות, פרקטיקות הוראה לעידוד חשיבה מסדר גבוה וקהילות מורים שמטרתן ללמוד להפעיל משימות כאלה בכיתה.

המסמך עונה על שתי השאלות: 1. מהם הרכיבים המרכזיים המאפיינים תרבות כיתתית של חשיבה מסדר גבוה בשיעורי מתמטיקה? 2. אילו פרקטיקות הוראה מעודדות חשיבה מסדר גבוה בכיתה? העיסוק בשאלות אלה נעשה כחלק ממענה לשאלות הגדולות: (1) מה צריך לקרות בכיתה (ובכלל) כדי שמורים יהפכו משימות מאתגרות לחלק בלתי נפרד משיעורי המתמטיקה? (2) איך מפתחים תרבות למידה המעודדת חשיבה מסדר גבוה בכל כיתה בחטיבת הביניים?

השאלות הללו חשובות כיוון שהטמעה בכיתות המתמטיקה של חומרים ופרקטיקות המעודדים חשיבה מסדר גבוה כרוכה באתגרים רבים. ואכן, מובילי הקהילות עדים לקשיים במעבר בין פיתוח התכנים (משימות ופרקטיקות הוראה) להטמעתם בכיתות והכשרת המורים לצורך ההטמעה.

אם כן המסמך מתייחס לפן הפדגוגי של הטמעה במערכת החינוך - עבודה יסודית ומעמיקה לשם שינוי בדרכי ההוראה והלמידה בכיתות. כדי להניח את היסודות לשינוי כזה וכדי לקדמו נדרשת שפה משותפת לכל הגורמים המעורבים, שבעזרתה אפשר לתאר את השינוי ואת הדרכים להפעילו. כלומר נדרש ניסיון לצייר תמונה של האופן שהשינוי ייראה בכיתות המתמטיקה.

חשיבה מסדר גבוה והשתתפות התלמידים בכיתה

חשיבה מסדר גבוה נראית אחרת בכיתות שונות, אך עם זאת זוהו רכיבים משותפים לשיעורים אלו. כדי לעודד השתתפות של תלמידים אשר תקדם חשיבה מסדר גבוה, יש להגדיר את דרכי ההשתתפות הרצויה שלהם בשיעור. לשם כך נבחרה ההבחנה בין השתתפות חקירתית לבין השתתפות ריטואלית.

השתתפות חקירתית (אקספלורטיבית) מכוונת לפיתוח היגדים שהם חדשים ללומדים בעזרת שאלות כגון **לאן אני רוצה להגיע?** (למשל בתהליך של פתרון בעיות). היא ממוקדת תוצר (מטרה) ומלווה בפעלתנות (agency) של הלומדים. ההשתתפות היא גמישה, והכללים לשיח מתמטי מוכרים ללומדים. יש שקושרים אותה עם הוראה ממוקדת תלמיד.

לעומתה, בהשתתפות ריטואלית התלמידים מתמקדים בביצוע או בהפעלה של פרוצדורות מוכרות ומתמקדים בשאלה **מה אני צריך לעשות?** כלומר היא ממוקדת בביצוע הליך מוכר ומלווה בפעלתנות (agency) נמוכה של

הלומדים. ההשתתפות אינה גמישה, כי אם קשיחה. מבוצעת פעולת חיקוי, והכללים לשיח לא מוכרים ללומדים. יש שקושרים אותה עם הוראה ממוקדת מורה.

קידום ההשתתפות החקרית מבטיח שהתלמיד ימצא במרכז העשייה המתמטית בשיעור. אך ישנם מצבים שבהם השתתפות ריטואלית חשובה יותר ואפילו הכרחית (Nachlieli & Tabach, 2019), למשל, כדי להגיע למצב של שליטה בפרוצדורה. השאלה היא שאלה של מינון, ובעיקר - שאלה של מטרה. נציין שאפשר להתייחס להשתתפות ריטואלית ולהשתתפות חקרית כנתונות בשני קצוות של רצף: לעיתים ההשתתפות היא חקרית יותר ולעיתים - ריטואלית יותר.

פרקטיקות הוראה המעודדות חשיבה מסדר גבוה (מקדמות השתתפות חקרית)

אחד המחקרים הגדולים ביותר שנעשו בתחום של פרקטיקות הוראה ושיפור הוראת מתמטיקה בחטיבות הביניים הוא Timss Video Study (Hiebert et al., 2005). המחקר מצדיק את העיסוק בפרקטיקות הוראה כיוון שהוא מראה כי באופן כללי פרקטיקות ההוראה (הקשורות בהפעלה של משימות) קשורות לפערים בהישגי התלמידים. בפרט, זוהו פרקטיקות הוראה המקדמות מצוינות - כאלה אשר מעודדות יצירת קשרים והתמודדות של התלמידים עם בעיות מאתגרות שבשבילן אין להם פרוצדורה מוכנה.

על סמך הספרות, על סמך הראיונות שקוימו עם מורים ועל סמך צפייה בשיעורים של מורים הנחשבים למצוינים, זוהו כמה פרקטיקות הוראה שנראה שיש להן הפוטנציאל לקדם חשיבה מסדר גבוה:

בחירה של משימה עשירה, שאין לה מענה פרוצדורלי מיידי שהתלמידים כבר מכירים. אלה משימות שיש בהן אתגר, אך כאלה המאפשרות לכל התלמידים להתחיל לעבוד (רצפה נמוכה ותקרה גבוהה). משימות אלה מזמנות יצירה של קשרים - בין הקשרים, פתרונות, ייצוגים ורעיונות מתמטיים.

תכנון של הפעלת המשימה: התכנון כולל ניסוח מטרת תוכן ומטרות של חשיבה, פתרון המשימה בדרכים שונות ותכנון שאלות מקדמות.

עבודה בקבוצות: זיהוי דרכי החשיבה של תלמידים, קידום החשיבה של התלמידים באמצעות שאלות מקדמות על סמך הזיהוי שנעשה ואיסוף נתונים מעבודת הקבוצות כדי ליצור דיון רלוונטי ומקדם בקבוצות ובמליאה.

דיון משותף עם התלמידים: קיום דיון המתמקד ביצירת קשרים בין ייצוגים, בין רעיונות ובין הקשרים כדי לפתח את הידע המתמטי בכיתה.

ישנן פרקטיקות הוראה נוספות שהיו בולטות בשיעורים שנצפו אך דורשות גיבוי מחקרי:

- חשיפה ופירוט מפורש של שיקולי דעת פדגוגיים ומתמטיים ושל הדרכים לפתור בעיות בשלבים השונים של התהליך.
- יצירת הזדמנויות לתקשורת בין התלמידים במהלך השיעור באופן המקדם השתתפות חקרית ועידוד ויסות של הלמידה.
- רפלקציה וניתוח מחוץ לשיעור - הזדמנות להתפתחות מקצועית בקהילת שווים. כדי לפתח מומחיות ולשכלל את פרקטיקות ההוראה, על המורה לבצע רפלקציה על ההוראה שלו. תהליך זה יחייב את המורה להתייחס לפרקטיקות שחלקן כבר הפכו לאוטומטיות, ולבחינתן מחדש.

מאפיינים של שיעורים מעודדי חשיבה מסדר גבוה

בכל השיעורים שנצפו היו התלמידים שותפים מלאים לפיתוח הידע המתמטי הכיתתי. הם דיברו - ניסחו רעיונות, שאלו שאלות, הסבירו ושכנעו - והתמודדו עם בעיות שלא הייתה להם דרך מיידידת לפתור אותן. המורים שיתפו את התלמידים בהתלבטויות - כאלה הקשורות ישירות לחישובים מתמטיים, לדרכים של פתרון בעיות, או כאלה הקשורות יותר להיבטים פדגוגיים - שאלות שהם חשבו להציג בפני הכיתה, שיקולים לבחירת משימה כזו או אחרת. הם דיברו עם התלמידים באופן מפורש על כללי ההשתתפות המצופים מהם (למשל: לדבר לשאר התלמידים ולא רק למורה, לוודא שהם מבינים רעיון שאחר מסביר, ואם לא - לשאול). כלומר המורים חשפו בפני התלמידים את התלבטויותיהם ושיקוליהם ואת בחירותיהם בתכנון ההוראה והלמידה. בכל הכיתות האלה היה לתלמידים זמן להגיב. נוסף על כך המורים עזרו לתלמידים ליצור קשרים: הן קשרים בתוך המתמטיקה - בין ייצוגים שונים, בין רעיונות ובין מושגים, והן קשרים בין־אישיים.

הטבלה הבאה מרכזת את המאפיינים שזיהינו של שיעורים מעודדי חשיבה:

| תוכן מתמטי ומטה־מתמטי | נורמות ניהול | היבטים רגשיים וחברתיים |
|--|---|---|
| <p>לתלמידים ניתנת הזדמנות ליצור קשרים בין ייצוגים, בין רעיונות ובין הקשרים (למשל - הקשר שהוא חוץ־מתמטי והקשר מתמטי). לשאלות של אוריינות מתמטית חשיבות בהקשר זה, שכן הן מזמנות קשרים בין הקשרים שונים ובין ייצוגים שונים.</p> | <p>בחירת משימות המעודדות יצירת קשרים, שאילת שאלות מתאימות והדגשה של רעיונות מתמטיים חשובים.</p> | <p>לימוד התלמידים על הקשרים בין תפיסותיהם ואמונותיהם לבין התנהגותם בשיעורי המתמטיקה.</p> |
| <p>כללים מתמטיים שונים ונורמות מקובלות בחישוב מתמטי מפורטים בכיתה באופן מפורש (כללים כמו - מהי הצדקה? מדוע היא נדרשת? איך מצדיקים? מהי הגדרה ומה תפקידה?), לעיתים בדרך של דיון. תהליכים של פתרון בעיות ואסטרטגיות שונות מנוסחים בצורה מפורשת (לעיתים התלמידים שותפים לניסוחם).</p> | <p>אופי ההשתתפות המצופה מהתלמידים נדון באופן מפורש עם התלמידים.</p> | <p>התייחסות מפורשת ומתן לגיטימציה:</p> <ul style="list-style-type: none"> לקשיים שתלמידים חווים לדעות קדומות או לתפיסות מעכבות שתלמידים מחזיקים בהן לפחד או לחוסר נכונות לטעות |
| <p>לתלמידים ניתנת הזדמנות לגלות רעיונות מתמטיים וליצור קשרים בין ייצוגים שונים, בין הקשרים שונים (אוריינות מתמטית) ובין רעיונות מתמטיים שונים. ניתנת להם הזדמנות לשאול שאלות ולהטיל ספק בטענות וברעיונות שעלו.</p> | <p>התלמידים מצופים להביע רעיונות מתמטיים, להתייחס לרעיונות של אחרים, לטעון טענות ולהטיל ספק בטענות שעלו. התלמידים מצופים להתמודד עם בעיות מאתגרות, שעבורן אין להם דרך פתרון ברורה ומוכרת.</p> | <p>התייחסות חיובית לשגיאות והדגשת למידה מטעויות המזמנות לתלמידים מרחב בטוח לפעול בו. עבודה בקבוצות במטרה לשפר את התקשורת הבין־אישית בין התלמידים. יצירת הזדמנויות לתלמידים להסביר רעיונות שהם העלו ולקבל התייחסות מקדמת לרעיונות אלה.</p> |

יצירת קשרים

מפורשות

השתתפות ותקשורת

מה בין אוריינות מתמטית לחשיבה בשיעורי מתמטיקה?

אוריינות מתמטית מוגדרת כיכולתו של הפרט לנסח, ליישם ולפרש מתמטיקה במגוון הקשרים. אוריינות מתמטית מתמקדת בפתרון בעיות הנתונות בהקשר שהוא בדרך כלל חוץ-מתמטי (יום-יומי, מדעי, כלכלי, חברתי ועוד), ושלצורך פתרון דרוש שימוש במתמטיקה. אחד המאפיינים של בעיות בתחום זה הוא שללומדים אין פרוצדורה או טכניקה זמינה ומיידית להפעיל כדי לפתור אותן. כיום מזהים כי יכולתו של היחיד להתמודד עם בעיות אוריינות מעידה על יכולתו להתמודד עם אתגרי העתיד. משימות של אוריינות מתמטית מזמנות לתלמידים הזדמנויות לחשיבה הן כאמצעי לפיתוח משמעות והן כמטרה - יישומיות של המתמטיקה בהקשר אחר. פיתוח אוריינות מתמטית הוא הזדמנות להשתתפות חקירתית של תלמידים בלימוד מתמטיקה.

האתגרים בהובלת שיעורים מעודדי חשיבה מסדר גבוה בבית הספר

המורים המרואיינים התייחסו לאתגרים ולקשיים בהובלת שיעורים מעודדי חשיבה שחווים השחקנים השונים המעורבים: התלמידים התרגלו לקבל ידע אלגוריתמי ולא מבינים מדוע הם צריכים להתאמץ, להורים יש ציפייה להוראה ממוקדת מורה והם חוששים שציוני התלמידים יפגעו כתוצאה מ"התנסות" של המורים, גם ההנהלה עלולה לא לתמוך בהוראה לא סטנדרטית, המורים עצמם עמוסים ונדרשים להקדיש זמן הכנה, ולבסוף הפיקוח ומשרד החינוך, על פי דבריהם של המורים, לא מספק חומרי הוראה מרוכזים, זמינים ומעובדים שמאפשרים להם לארגן סביבת למידה מסדר גבוה.

עיבוד: **רקפת סלע** | עריכה לשונית: **מיכל ויזל**



חומרי עבר רלוונטיים של היוזמה:

עולם הידע וההכשרה של העוסקים בהוראת המתמטיקה בחינוך העל-יסודי⁴

מסמך זה מסכם את עבודתה של ועדת המומחים של היוזמה בנושא "מה צריכים לדעת העוסקים בהוראת המתמטיקה בחינוך העל-יסודי"? מטרת הוועדה, אשר החלה את עבודתה בשנת 2010, הייתה להמליץ על מדיניות שעשויה לקדם את החינוך המתמטי בישראל ולשפר את הישגי התלמידים, וזאת על סמך ניתוח מחקרים ועל סמך לימוד מניסיונם של אנשי מקצוע. הוועדה עסקה בעיקר במורה, הגורם הבית ספרי המשפיע ביותר על הישגי התלמידים, ובפרט דנה בשאלת המרכיבים ההכרחיים והרצויים בעולמו המקצועי של המורה שעוסק בהוראת המתמטיקה בבית הספר העל-יסודי, ובשאלות של ההכשרה הנדרשת.

תשומת לב מיוחדת ניתנה במסמך לנושא האוריינות המתמטית כרכיב משמעותי בידע של המורים. נכתב כי "הוועדה רואה לנכון לכלול בין מרכיבי הידע הדרוש להוראת מתמטיקה את האוריינות המתמטית על כל היבטיה: משמעותה ותכולתה, הגישות השונות אליה, הביטויים שלה במערכות חינוך שונות בעולם ובמבחנים בין-לאומיים, הקשר בינה לבין מתמטיקה פורמלית ועוד".

מאפיינים משותפים של חמש מדינות בעלות שיעור מצטיינים גבוה במתמטיקה: אסטוניה, הולנד, סינגפור, סלובניה וקנדה⁵

המסמך עוסק בזיהוי אסטרטגיות הוראה במתמטיקה המשותפות למערכות חינוך שהשיגו את התוצאות הטובות ביותר במבחן פיזה 2018 ומתאפיינות בשיעור מצטיינים גבוה במתמטיקה: אסטוניה, הולנד, סינגפור, סלובניה וקנדה.

מתוך ראיונות, סקירת מחקר והפרסומים הרשמיים במדינות עלו שישה מאפיינים משותפים להוראת מתמטיקה במדינות אלו: למידה המותאמת ליכולות התלמידים ולהישגיהם; הכשרת מורים ברמה גבוהה ופיתוח מקצועי מתמשך נרחב לאורך הקריירה; דגש על למידה חווייתית של תחום הדעת; שימוש בשפה המתמטית בכתב ובעל פה; ולמידה מבוססת חקר ולמידה בהקשר אמיתי. כמו כן בלטה השאיפה לבסס את ההוראה בבתי הספר על מחקרים אקדמיים מתחום הוראת המתמטיקה.

4 גוטפרינד, ח' ורזנברג, י' (עורכים). 2012. עולם הידע וההכשרה של העוסקים בהוראת המתמטיקה בחינוך העל-יסודי: תמונת מצב והמלצות הוועדה "מה צריכים לדעת העוסקים בהוראת המתמטיקה בחינוך העל-יסודי?". היזמה למחקר יישומי בחינוך, האקדמיה הלאומית הישראלית למדעים.

5 לרבר, ג. 2020. מאפיינים משותפים של חמש מדינות בעלות שיעור מצטיינים גבוה במתמטיקה: אסטוניה, הולנד, סינגפור, סלובניה וקנדה. היזמה למחקר יישומי בחינוך, האקדמיה הלאומית הישראלית למדעים.